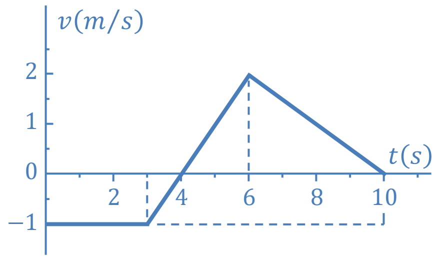
Cinématique du Point Matériel

Exercice 1

Un mobile M en mouvement sur l'axe Ox présente le diagramme des vitesses ci-contre, tel que $x = 1\,m$ à $t = 0\,s$.



1. Déterminer les équations horaires du mobile.
2. Tracer le diagramme des accélérations.
3. Tracer le diagramme des espaces.
4. Donner la nature du mouvement dans chaque phase.
5. Quels sont les instants où le mobile change de sens ?
6. Déterminer l'abscisse du mobile à $t = 8\,s$.

Les Expressions de la Vitesse

D'après le diagramme des vitesses :

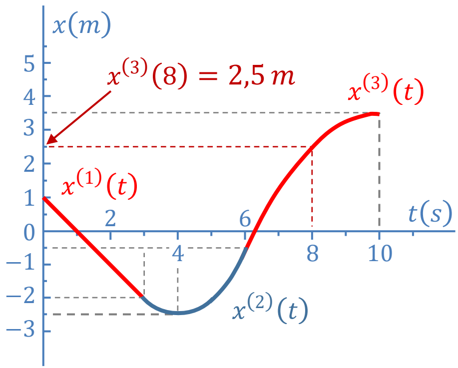
- $[0;3]_s : v^{(1)}(t) = -1\,m/s.$
- $[3;6]_s : v^{(2)}(t) = t-4.$ À $t = 4\,s$, $v^{(2)} = 0$ et change de signe
- $[6;10]_s : v^{(3)}(t) = -\frac{1}{2}t \mp 5.$

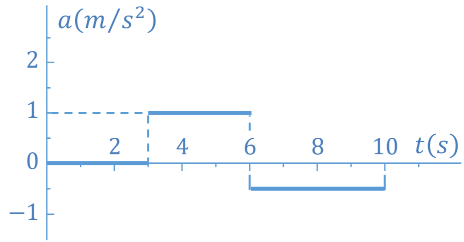
Mouvement rectiligne → $a(t) = \frac{d\,v(t)}{dt}$ et $x(t) = \int v(t)\,dt \mp c.$

- $[0;3]_s : a^{(1)}(t) = 0\,m/s^2.$ & $x^{(1)}(t) = -t \mp 1.$
- $[3;6]_s : a^{(2)}(t) = 1\,m/s^2.$ & $x^{(2)}(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t \mp 5{,}5.$
- $[6;10]_s : a^{(3)}(t) = -\frac{1}{2}m/s^2.$ & $x^{(3)}(t) = -\frac{1}{4}t^2 \mp 5t - 21{,}5.$

Diagrammes des Accélérations & des Espaces

$v^{(2)}$ s'annule et change de signe à $t = 4\,s$; $x^{(2)}(4) = -2{,}5\,m$ minimum





La Nature du Mouvement

D'après les diagrammes des vitesses et des accélérations, on a :

- $[0;3]_s$: $a = 0$; $v = Cst. \Longrightarrow$ mouvement rectiligne uniforme.
- $[3;4]_s$: $a > 0$; $v < 0 \Longrightarrow a \cdot v < 0 \Longrightarrow$ mouvement rectiligne uniformément décéléré.
- $[4;6]_s$: $a > 0$; $v > 0 \Longrightarrow a \cdot v > 0 \Longrightarrow$ mouvement rectiligne uniformément accéléré.
- $[6;10]_s$: $a < 0$; $v > 0 \Longrightarrow a \cdot v < 0 \Longrightarrow$ mouvement rectiligne uniformément décéléré.

Les instants où le Mobile Change de Sens

D'après les diagrammes des vitesses on remarque que :

- $\begin{cases} [3;4]_s : \ v < 0 \\ [4;6]_s : \ v > 0 \end{cases}$, et à $t = 4\,s$ la vitesse s'annule.
  C'est-à-dire que le mobile a changé de sens.

- $[6;10]_s$: La vitesse s'annule à $t = 10\,s$ et le mobile s'arrête mais ne change pas de sens.

L'Abscisse à $t = 8\,s$ / 1ère & 2ème Méthodes

- ## 1ère Méthode

D'après le diagramme des Espaces.

Par simple projection sur le graphe des espaces on trouve que :

$$x_8 = 2{,}5\,m$$

- ## 2ème Méthode

$8\,s \in [6; 10]_s$, pour déterminer x_8, on utilise alors l'équation horaire :

$x^{(3)}(t) = -\frac{1}{4}t^2 \mp 5t - 21{,}5$. Donc :

$$x^{(3)}(8) = -\frac{1}{4}(8)^2 \mp 5(8) - 21{,}5 = 2{,}5\,m$$

L'Abscisse à $t = 8\,s$ / 3ème Méthode

D'après le diagramme des vitesses.

- $[0;3]_s : x_3 - x_0 = S_1 = (-1 \cdot 3) = -3\,m.$
- $[3;4]_s : x_4 - x_3 = S_2 = \frac{1}{2}[(-1) \cdot 1] = -0{,}5\,m.$
- $[4;6]_s : x_6 - x_4 = S_3 = \frac{1}{2}(2 \cdot 2) = 2\,m.$
- $[6;8]_s : x_8 - x_6 = S_4 = \frac{1}{2}(2 \cdot 4) - \frac{1}{2}(1 \cdot 2) = 3\,m.$

$$x_8 - x_0 = 1{,}5\,m \Longrightarrow x_8 - x_0 = 1{,}5 + x_0$$

$$x_8 = 2{,}5\,m$$