

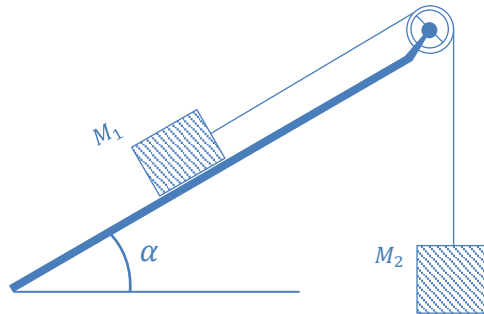
Système Dynamique : Le Rapport des Masses

Exercice ¹

Un corps de masse M_1 se trouve sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Il est relié à un corps de masse M_2 par l'intermédiaire d'un fil inextensible passant dans une poulie de masse négligeable. Les frottements, entre M_1 et le plan incliné, sont négligeables. À l'instant initial les deux corps sont immobiles.

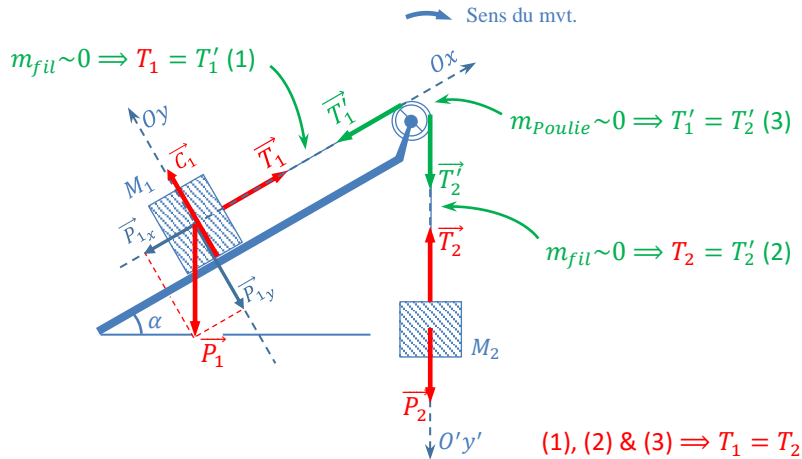
Déterminer le rapport des masses M_2/M_1 tel que le corps M_2 :

1. Se met à descendre.
2. Se met à monter.
3. Reste au repos.



¹ Exercice C2, Série 3 – ST 2022-2023 (UMBB).

Représentation des Forces





Le Rapport des Masses M_2/M_1 à l'Équilibre

$$M_1 : \sum \vec{F}_{ext} = \vec{T}_1 \mp \vec{C}_1 \mp \vec{P}_1 = \vec{0} \rightarrow Ox : T_1 - P_{1x} = 0 \Rightarrow \\ T_1 = M_1 g \sin \alpha. \textcircled{1}$$

$$M_2 : \sum \vec{F}_{ext} = \vec{T}_2 \mp \vec{P}_2 = \vec{0} \rightarrow Oy' : P_2 - T_2 = 0 \Rightarrow \\ T_2 = M_2 g. \textcircled{2}$$

Fil et poulie à masses $\sim 0 \rightarrow T_1 = T_2. \rightarrow (\textcircled{1} = \textcircled{2}) \Rightarrow$

$$M_2 g = M_1 g \sin \alpha$$

$$\text{Ainsi, } M_2 \begin{cases} > \\ < \\ = \end{cases} M_1 \sin \alpha. \Rightarrow \frac{M_2}{M_1} : \begin{cases} > \sin \alpha \\ < \sin \alpha \\ = \sin \alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases}$$



Le Rapport des Masses M_2/M_1 en Mouvement

$$M_1 : \sum \vec{F}_{ext} = \vec{T}_1 \mp \vec{C}_1 \mp \vec{P}_1 = M_1 \vec{a}_1 \rightarrow Ox : T_1 - P_{1x} = M_1 a_1 \Rightarrow \\ T_1 - M_1 g \sin \alpha = M_1 a_1. \textcircled{1}$$

$$M_2 : \sum \vec{F}_{ext} = \vec{T}_2 \mp \vec{P}_2 = M_2 \vec{a}_2 \rightarrow Oy' : P_2 - T_2 = M_2 a_2 \Rightarrow \\ M_2 g - T_2 = M_2 a_2. \textcircled{2}$$

Fil et poulie de masses $\sim 0 \rightarrow T_1 = T_2.$

Fil inextensible $\rightarrow a_1 = a_2 = a.$

Ainsi ($\textcircled{1} \mp \textcircled{2}$) donne $\rightarrow M_2 g - M_1 g \sin \alpha = M_2 a \mp M_1 a \Rightarrow$

$$M_2(g - a) = M_1(g \sin \alpha \mp a)$$



Le Rapport des Masses M_2/M_1 en Mouvement – Conclusion

$$M_2(g - a) = M_1(g \sin \alpha \mp a)$$

Donc :

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{g \sin \alpha \mp a}{g - a}$$

$$\text{Ainsi, } \begin{cases} a \Rightarrow a = 0^+ \\ b \Rightarrow a = 0^- \\ c \Rightarrow a = 0 \end{cases} \quad \frac{M_2}{M_1} \approx \frac{g \sin \alpha \mp 0}{g - a} \begin{cases} (g - 0^+) < g \\ (g - 0^-) > g \\ (g - 0) = g \end{cases} \rightarrow \frac{M_2}{M_1} \begin{cases} > \sin \alpha \\ < \sin \alpha \\ = \sin \alpha \end{cases}$$

$$\text{Car si : } a = 0^+ \rightarrow \frac{g \sin \alpha}{<g} = \frac{\sin \alpha}{<1} > \sin \alpha \text{ et } a = 0^- \rightarrow \frac{g \sin \alpha}{>g} = \frac{\sin \alpha}{>1} < \sin \alpha$$