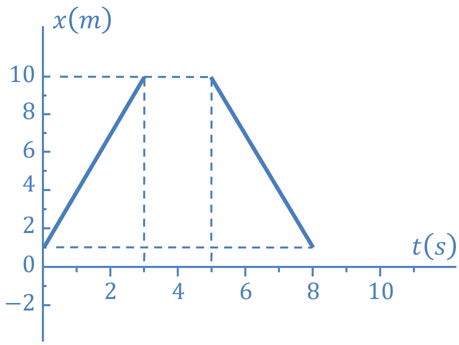
Université de Boumerdes
Faculté des sciences
Département de physique

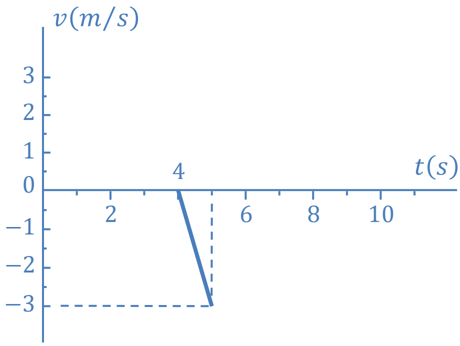
Achèvement des graphes incomplets de $x(t)$, $v(t)$ et $a(t)$

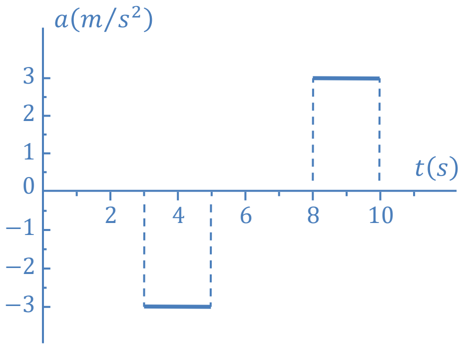
Exercice [1]

On donne les graphes ci-dessous incomplets de l'abscisse $x(t)$, de la vitesse $v(t)$ et de l'accélération $a(t)$, d'un mobile se déplaçant sur une trajectoire rectiligne $X'OX$.

1. Compléter les graphes suivants en utilisant strictement la méthode graphique.
2. En utilisant la méthode analytique, donner les équations horaires correspondantes.
3. Quelles sont les phases où le mouvement est retardé ?
4. À partir du diagramme des espaces $x(t)$, déterminer la distance parcourue entre l'instant $t = 0\,s$ et $t = 10\,s$. À quoi correspond cette distance sur le graphe $v(t)$?





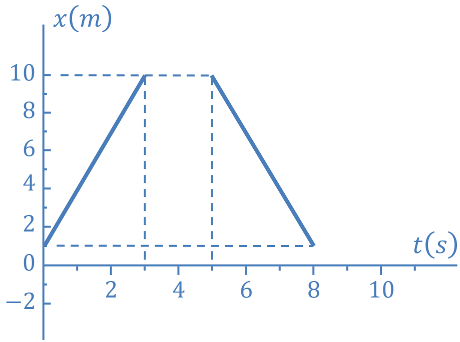


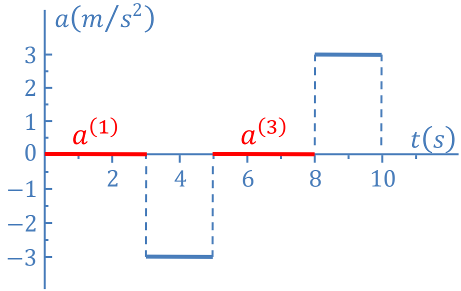
[1] Exercice 2, Série N° 2 – ST 2022-2023 (UMBB).

Achèvement du Graphe des Accélérations

$[0;3]_s$: $x^{(1)}(t)$ est linéaire en t : $v^{(1)}$ est constante et $a^{(1)} = 0\, m/s^2$.

$[5;8]_s$: $x^{(3)}(t)$ est linéaire en t : $v^{(3)}$ est constante et $a^{(3)} = 0\, m/s^2$.





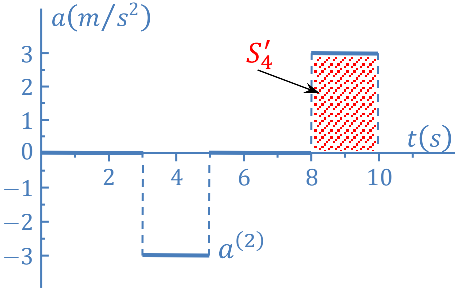
Achèvement du Graphe des Vitesses

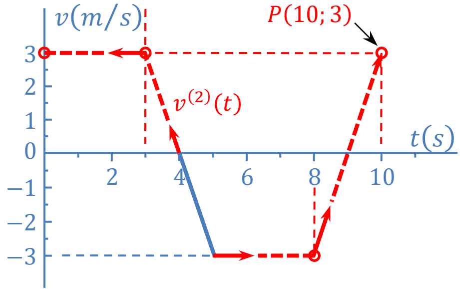
$[3;5]_s$: $a^{(2)}$ est constante : $v^{(2)}(t)$ est la même droite (continuité de v).

$[0;3]_s$: $x^{(1)}(t)$ est linéaire en t : $v^{(1)}$ est constante.

$[5;8]_s$: $x^{(3)}(t)$ est linéaire en t : $v^{(3)}$ est constante.

$[8;10]_s$: $S'_4 = 3 \cdot 2 = 6\, m/s = v(10) - v(8)$ d'où $v(10) = 3\, m/s$.



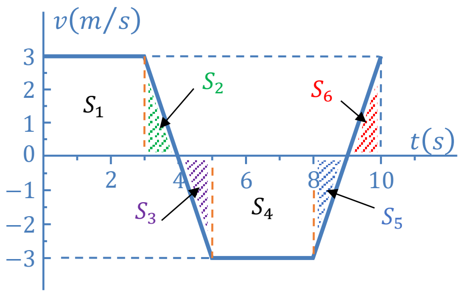


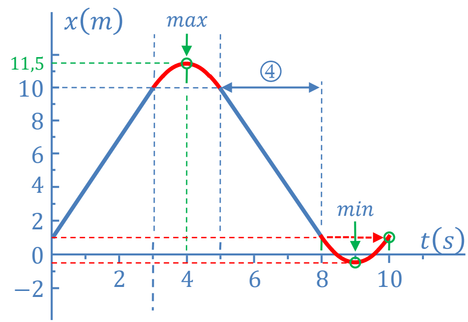
Achèvement du Graphe des Espaces

$[3;4]_s$: S_3 ou $S_2 = \frac{1}{2}(3 \cdot 1) = 1{,}5\,m = x(4) - x(3)$ d'où $x(4) = 11{,}5\,m$.

$[8;9]_s$: $S_5 = \frac{1}{2}(-3 \cdot 1) = -1{,}5\,m = x(9) - x(8)$ d'où $x(9) = -0{,}5\,m$.

$[8;10]_s$: v symét., s'annule et change de signe : $x(10) = x(8) = 1\,m$.





Les Équations Horaires

Pour chaque phase on a :

- $[0;3]_s$: $a^{(1)} = 0\,m/s^2$; $v^{(1)} = 3\,m/s$; $x^{(1)} = 3t + 1$.
  Du graphe on a : $x^{(1)}(0) = 1\,m$.
- $[3;5]_s$: $a^{(2)} = -\,3\,m/s^2$; $v^{(2)} = -3t + c_1^{(2)} \rightarrow v^{(2)} = -3t + 12$.
  $x^{(2)} = -\frac{3}{2}t^2 + 12t + c_2^{(2)} \rightarrow x^{(2)} = -\frac{3}{2}t^2 + 12t - 12{,}5$.
- $[5;8]_s$: $a^{(3)} = 0\,m/s^2$; $v^{(3)} = -\,3\,m/s$; $x^{(3)} = -3t + c^{(3)}$.
  $x^{(3)}(8) = 1\,m \Longrightarrow 1 = -3\cdot 8 + c^{(3)} \rightarrow x^{(3)} = -3t + 25$.
- $[8;10]_s$: $a^{(4)} = 3\,m/s^2$; $v^{(4)} = 3t + c_1^{(4)} \rightarrow v^{(4)} = 3t - 27$.
  $x^{(4)} = \frac{3}{2}t^2 - 27t + c_2^{(4)} \rightarrow x^{(2)} = \frac{3}{2}t^2 - 27t + 121$.

Intervalles du Mouvement Décéléré

En général, la nature du mouvement est déterminée par :

Le signe du Produit Algébrique $a \cdot v$

Soit, des diagrammes des vitesses et des accélérations :

$[0;3]_s : a = 0.$

$[3;5]_s : \begin{cases} [3;4]_s : a \cdot v < 0 \text{ mvt. rectiligne uniformément décéléré.} \\ [4;5]_s : a \cdot v > 0. \end{cases}$

$[5;8]_s : a = 0.$

$[8;10]_s : \begin{cases} [8;9]_s : a \cdot v < 0 \text{ mvt rectiligne uniformément décéléré.} \\ [9;10]_s : a \cdot v > 0. \end{cases}$

Distance Parcourue entre $t = 0\,s$ et $t = 10\,s$

Pour chaque phase, d_i ne dépend pas de la direction du mvt., donc :

$$d_i = \left|\Delta x^{(i)}\right|$$

- La Distance Parcourue Totale est alors :

$$d = \sum_{i=1}^{6} d_i = \sum_{i=1}^{6} \left|\Delta x^{(i)}\right| =$$

$$|x_3 - x_0| + |x_4 - x_3| + |x_5 - x_4| + |x_8 - x_5| + |x_9 - x_8| + |x_{10} - x_9|$$

Donc :

$$d = |10 - 1| + |11{,}5 - 10| + |10 - 11{,}5| + |1 - 10| + |-0{,}5 - 1| + |1 - (-0{,}5)| = 24\,m$$