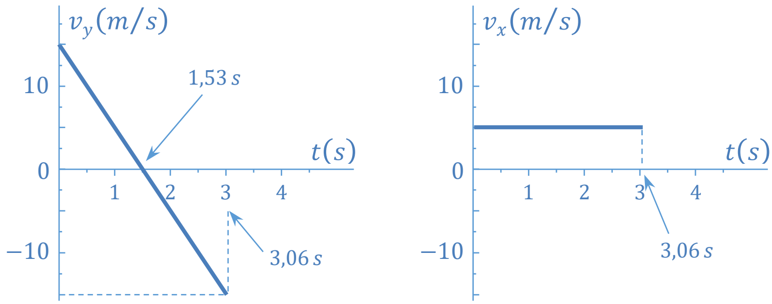
Université de Boumerdes
Faculté des sciences
Département de physique

Analyses Dimensionnelle et Vectorielle
Cinématique du Point et Systèmes de Coordonnées

Exercice [1]

On donne ci-dessous, les diagrammes des composantes rectangulaires v_x et v_y de la vitesse, d'un projectile lancé vers le haut dans le plan xOy.

1. Déterminer, par l'analyse dimensionnelle, les unités des paramètres α et β dans l'équation $v = \alpha t \mp \beta$, où v est une vitesse et t le temps.
2. Tracer dans le même graphe les variations des composantes de l'accélération en fonction du temps.
3. Donner la nature des phases du mouvement, selon les axes Ox et Oy.
4. Déterminer les valeurs de la portée et de l'apogée atteintes par le projectile, sachant qu'à $t = 0\,s$ on a $x = 0\,m$ et $y = 0\,m$.
5. Trouver l'équation de la trajectoire du mobile et la tracer.
6. Déterminer les coordonnées rectangulaires du mobile à $t = 2\,s$, puis tracer, sur la trajectoire, en précisant l'échelle pour chaque figure :
   a. Les vecteurs vitesse $\overrightarrow{v_{2s}}$ et accélération $\overrightarrow{a_{2s}}$.
   b. Les composantes intrinsèques de $\overrightarrow{v_{2s}}$ et $\overrightarrow{a_{2s}}$.
   c. Les composantes polaires de $\overrightarrow{v_{2s}}$ et $\overrightarrow{a_{2s}}$.



[1] Test N°1 Groupes ST 31, 32 & 33 — 2022-2023 (UMBB).

L'Analyse Dimensionnelles

Toutes les équations de la physique sont homogènes :

$$[v] = [\alpha t \mp \beta]$$

avec $[v] = \left[\frac{m}{s}\right] = \frac{L}{T}$. Or, on ne peut additionner ou retrancher que :

Des grandeurs de même dimension, d'où :

$$[\alpha t] = [\beta] = [v] = \frac{L}{T}. \blacksquare$$

$$\text{Ainsi, } [\alpha t] = [\alpha][t] = [\alpha]T = \frac{L}{T}, \text{ Donc : } [\alpha] = \frac{L}{T^2}. \blacksquare$$

Le Diagramme des Accélérations

On remarque, des graphes des vitesses, que les composantes de $v(t)$ sont de la forme :

$$v_x(t) = \beta_x \text{ et } v_y(t) = \alpha_y t \mp \beta_y.$$

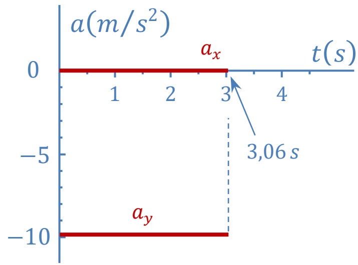
Où α_y est la pente de la droite.

Or, les mouvements selon Ox et Oy sont rectilignes, donc :

$$a_y = \frac{d\,v_y(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\alpha_y t \mp \beta_y\right) = \alpha_y.$$

$[0;3{,}06]_s : a_y = \frac{0-15}{1{,}53-0} = -9{,}81\,m/s^2.$ □

$[0;3{,}06]_s : a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0\,m/s^2.$ □



La Nature du Mouvement

Le produit algébrique $a \cdot v$ donne :

Suivant Oy et Ox :

$[0; 1{,}53]_s$: $a_y < 0,\ v_y > 0 \Longrightarrow a_y \cdot v_y < 0 \Longrightarrow$

Le Mouvement est Rectiligne **Uniformément décéléré**. ■

$[1{,}53; 3{,}06]_s$: $a_y < 0,\ v_y < 0 \Longrightarrow a_y \cdot v_y > 0 \Longrightarrow$

Le Mouvement Rectiligne **Uniformément accéléré**. ■

$[0; 3{,}06]_s$: $a_x = 0,\ v_x = 5\,m/s \Longrightarrow$

Le Mouvement est donc Rectiligne **Uniforme**. ■

L'Apogée et la Portée

Noter que la composante v_y *s'annule et change de signe* à $t = 1{,}53\, s$.

Le mobile atteint donc l'Apogée, à $t = 1{,}53\, s$. On la calcule donc de l'aire entre v_y et l'axe de t, entre les instants $0\, s$ et $1{,}53\, s$ (figure ci-dessous) :

$$h_{max} = |y_{max} - y_0| = |S_1| = \left|\frac{1}{2}(15 \cdot 1{,}53)\right| = 11{,}47\, m. \blacksquare$$

$$y_{max} - y_0 = S_1 \Longrightarrow y_{max} = S_1 \mp y_0 = 11{,}47\, m. \blacksquare$$

La Portée est suivant l'axe Ox, elle est alors donnée par l'aire sous v_x :

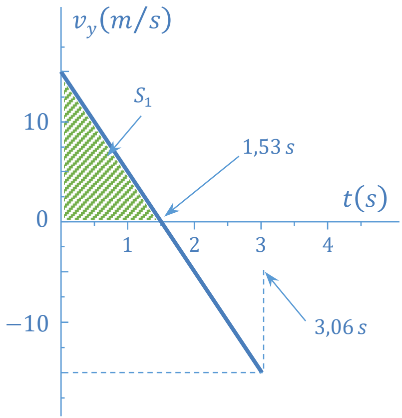
$$p = |x_p - x_0| = |S_x| = |5 \cdot 3{,}06| = 15{,}30\, m. \blacksquare$$

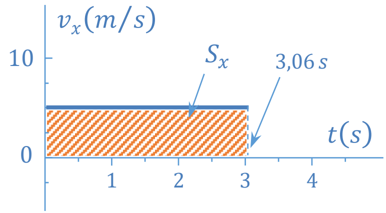
$$x_p - x_0 = S_x \Longrightarrow x_p = S_x \mp x_0 = 5 \cdot 3{,}06 = 15{,}30\, m. \blacksquare$$

Université de Boumerdes
Faculté des sciences
Département de physique

UEF Physique 1
Sciences & Technologies
(1er Semestre 2020-2021)

L'Apogée et la Portée - Surfaces





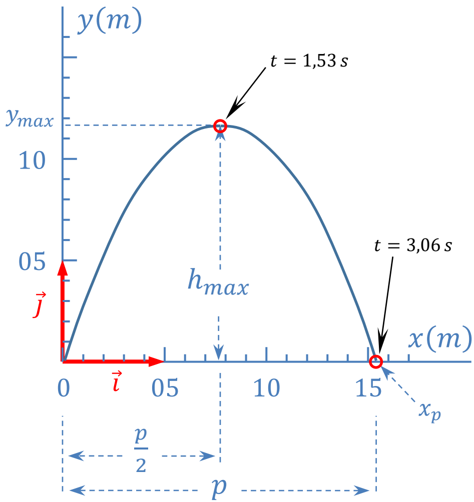
Département de Physique
Faculté des sciences
Université M'Hamed Bougara de Boumerdes

Physique-LMD.univ-boumerdes.dz

أحمد عبد الصمد تـاجي
قســم الفيــزياء – (جــامعة محمد بوقرة - بومرداس)

Université de Boumerdes
University of Boumerdes

Équation et Tracé de la Trajectoire



Selon l'axe Ox, on a :

$$\int v_x\,dt = \int \frac{d\,x(t)}{dt}\,dt \Longrightarrow$$

$x(t) = v_x t + C_x$ et $x(0) = 0\,m$ d'où :

$$x(t) = v_x t \Longrightarrow t = \frac{x}{v_x}.$$

Selon l'axe Oy, on a :

$$\int v_y(t)\,dt = \int \frac{d\,y(t)}{dt}\,dt \Longrightarrow$$

$y(t) = -\frac{9{,}81}{2}t^2 + 15t$, car $y(0) = 0\,m$.

$$\text{Donc : } y(x) = -\frac{9{,}81}{2v_x^2}x^2 + \frac{15}{v_x}x.$$

Qui est une parabole dont la courbure est dirigée vers le bas, car le coefficient de x^2 est négatif.

Les Coordonnées Rectangulaires à $t = 2\,s$

On détermine les coordonnées x_{2s} et y_{2s} à $t = 2\,s$ à partir des aires respectives sous v_x et v_y entre $t = 0\,s$ et $t = 2\,s$:

$$y_{1,53s} - y_{0s} = S_1 = \frac{1}{2}(15 \cdot 1{,}53) = 11{,}47\,m.$$

$$y_{2s} - y_{1,53s} = S = \frac{1}{2}[(-15) \cdot 0{,}47] \approx -1{,}09\,m.$$

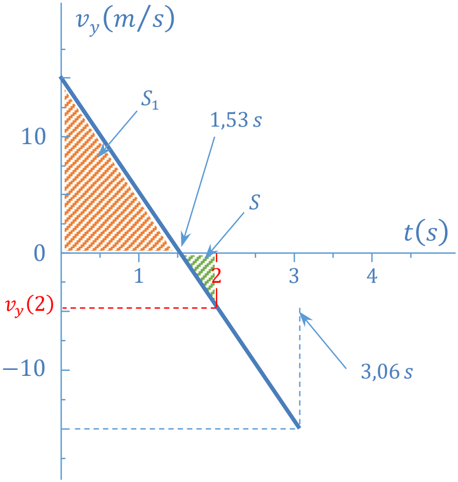
La somme donne (avec $y_{0s} = 0\,m$) :

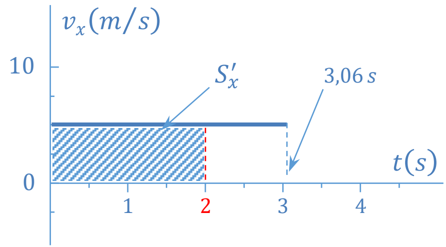
$$y_{2s} = 10{,}38\,m. \blacksquare$$

Aussi, $x_{2s} - x_{0s} = S'_x = 5 \cdot 2 = 10\,m$ avec $x_{0s} = 0\,m$, donc :

$$x_{2s} = 10\,m. \blacksquare$$

Les Coordonnées – Calcul des Surfaces





L'éq. $v_y(t) = -9{,}81 \cdot t \mp 15$ donne :

$$v_y(2) = -9{,}81 \cdot 2 \mp 15$$

$$v_y(2) = -\,4{,}62\, m/s$$

$\vec{v}$ et $\vec{a}$ en Coordonnées Rectangulaires à $t = 2\,s$

Donc, à $t = 2\,s$ on a :

$x_{2s} = 10\,m$; $y_{2s} = 10{,}38\,m$.

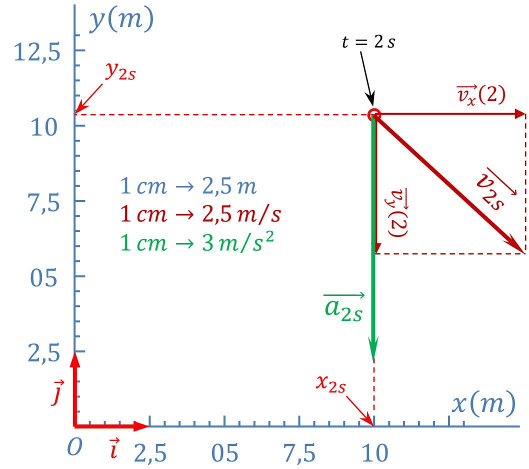
$\overrightarrow{v_{2s}} = v_x(2)\,\vec{\imath} \mp v_y(2)\,\vec{\jmath},$

$\overrightarrow{v_{2s}} = 5\vec{\imath} - 4{,}62\vec{\jmath}.$

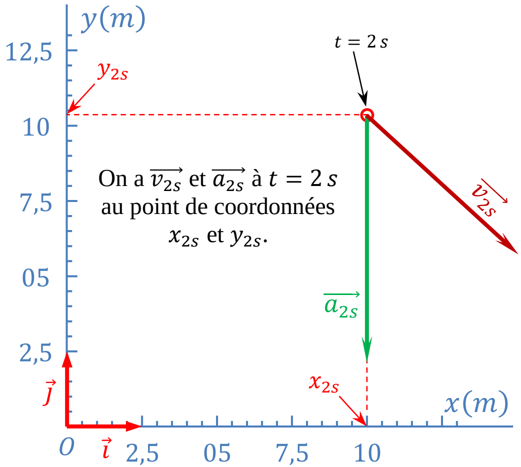
$\vec{a} = a_x\vec{\imath} \mp a_y\vec{\jmath} = 0\vec{\imath} - 9{,}81\vec{\jmath} \Longrightarrow$

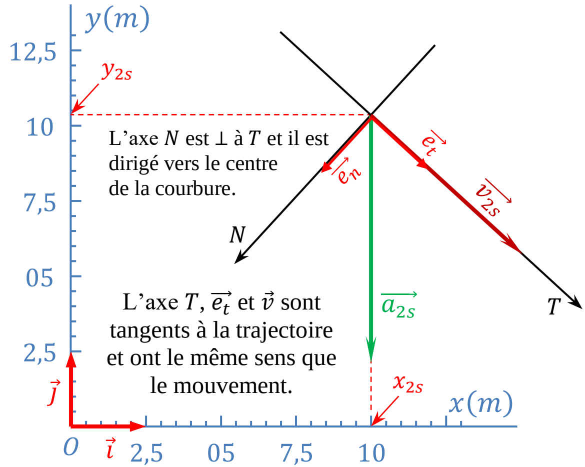
$\overrightarrow{a_{2s}} = \vec{a} = -9{,}81\vec{\jmath}.$

La représentation se fait à partir des Composantes Rectangulaires



Composantes Intrinsèques de $\vec{v}$ et $\vec{a}$ à $t = 2\,s$ – 1ère Étape

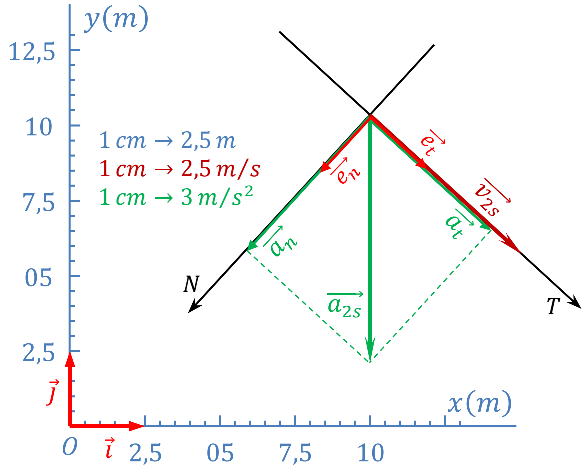




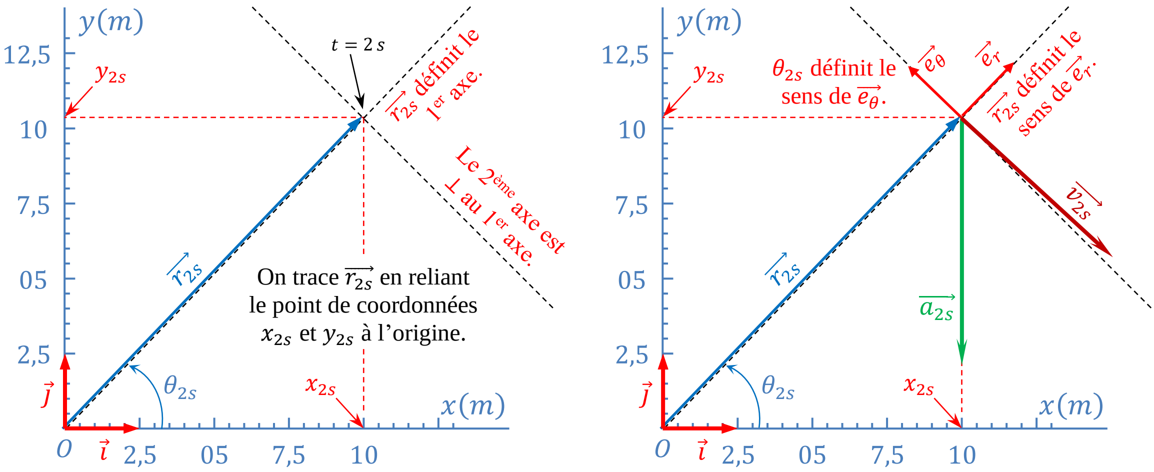
Composantes Intrinsèques de $\vec{v}$ et $\vec{a}$ à $t = 2\,s$ – 2ème Étape

$\overrightarrow{v_{2s}}$ n'a pas de composante sur l'axe N car $\overrightarrow{e_t}$ et $\overrightarrow{v_{2s}}$ sont colinéaires. D'autre part, la projection de $\overrightarrow{a_{2s}}$ sur les axes T et N donne respectivement $\overrightarrow{a_t}$ et $\overrightarrow{a_n}$.

Noter qu'en utilisant les coordonnées intrinsèques, on n'a pas besoin de tracer le repère rectangulaire, car le point en question est déterminé à partir de son abscisse curviligne. Ce n'est pas le cas, puisque la trajectoire n'a pas été représentée.



Composantes Polaires de $\vec{v}$ et $\vec{a}$ à $t = 2\,s$ – 1ère Étape



Composantes Polaires de $\vec{v}$ et $\vec{a}$ à $t = 2\,s$ – 2ème Étape

Les projections des vecteurs $\overrightarrow{v_{2s}}$ et $\overrightarrow{a_{2s}}$, sur les axes portant $\overrightarrow{e_r}$ et $\overrightarrow{e_\theta}$, donnent respectivement ($\overrightarrow{v_r}$ et $\overrightarrow{v_\theta}$) et ($\overrightarrow{a_r}$ et $\overrightarrow{a_\theta}$).

$\overrightarrow{e_r}$ et $\vec{r}$ sont portés par le même axe et ont le même sens. $\overrightarrow{e_\theta}$ est orthogonal à $\overrightarrow{e_r}$ et son sens est donné par celui de l'angle directionnel θ.