Examen Provisoire Online ST 2020-2021
ST (17, 18, 37 & 38)

Exercice 1

Soient deux charges ponctuelles $q_A = q$ et $q_B = -q$ placées aux points A et B de coordonnées $A: (-a/3\,, 0)$ et $B: (a, 0)$ (figure ci-dessous).

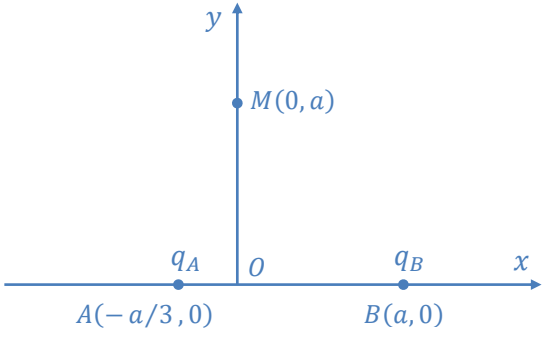
1. Déterminer le champ et le potentiel électriques au point $M: (0, a)$.

On place une charge $q' = q$ au point M.

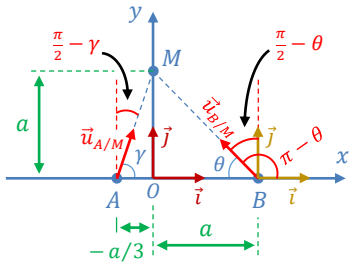
2. Déterminer l'énergie interne de ce système de charges.
3. Déduire la force de Coulomb exercée sur q' au point M et son énergie potentielle.

La charge q' descend au point O.

4. Déduire la variation de l'énergie potentielle électrostatique de la charge q'.
5. Déterminer l'énergie interne de ce nouvel assortiment de charges.
6. Conclusion.



Le Champ au point M



$\overrightarrow{E_M}$?

M est la Cible
A et B sont les Sources $\rightarrow$ $\vec{E}_{A/M}; \vec{E}_{B/M}$

Príncipe de Superposition $\Longrightarrow$ $\overrightarrow{E_M} = \vec{E}_{A/M} + \vec{E}_{B/M}$

$$\overrightarrow{E_M} = K\frac{q_A}{r_{A/M}^2}\vec{u}_{A/M} + K\frac{q_B}{r_{B/M}^2}\vec{u}_{B/M}$$

Où : $r_{B/M}^2 = BM^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$ & $q_B = -q$
$r_{A/M}^2 = AM^2 = (a/3)^2 + a^2 = 10\,a^2/9$ & $q_A = q$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{E_M} = K\frac{q}{a^2}\left[\frac{9}{10}\vec{u}_{A/M} - \frac{1}{2}\vec{u}_{B/M}\right]$$

$$\vec{u}_{A/M} = \cos(\widehat{\vec{u}_{A/M},\vec{i}})\,\vec{i} + \cos(\widehat{\vec{u}_{A/M},\vec{j}})\,\vec{j} = \cos\gamma\,\vec{i} + \cos\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)\vec{j} = \cos\gamma\,\vec{i} + \sin\gamma\,\vec{j}$$

$$\vec{u}_{B/M} = \cos(\widehat{\vec{u}_{B/M},\vec{i}})\,\vec{i} + \cos(\widehat{\vec{u}_{B/M},\vec{j}})\,\vec{j} = \cos(\pi-\theta)\,\vec{i} + \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\vec{j} = -\cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$$

$$\vec{u}_{A/M} = \frac{AO}{AM}\vec{i} + \frac{OM}{AM}\vec{j} = \frac{\sqrt{10}}{10}\vec{i} + \frac{3\sqrt{10}}{10}\vec{j}$$

$$\vec{u}_{B/M} = -\frac{OB}{BM}\vec{i} + \frac{OM}{BM}\vec{j} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{E_M} = K\frac{q}{a^2}\left[\frac{9}{10}\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\vec{i} + \frac{3\sqrt{10}}{10}\vec{j}\right) - \frac{1}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)\right]$$

$$\overrightarrow{E_M} = K\frac{q}{a^2}[0{,}64\vec{i} + 0{,}50\vec{j}]$$

Le Potentiel au point M

V_M ? M est la Cible
A et B sont les Sources $\rightarrow V_{A/M}; V_{B/M}$

Le Potentiel V_M est donc la somme des deux potentiels $\rightarrow \quad V_M = V_{A/M} + V_{B/M}$

On sait que :

$q_A = q$ et $q_B = -q$

$r_{A/M}^2 = 10\,a^2/9 \Rightarrow r_{A/M} = \sqrt{10}\,a/3$

$r_{B/M}^2 = 2a^2 \Rightarrow r_{B/M} = \sqrt{2}a$

$$V_M = K\frac{q_A}{r_{A/M}} + K\frac{q_B}{r_{B/M}}$$

$$V_M = K\left[\frac{q}{\sqrt{10}a/3} - \frac{q}{\sqrt{2}a}\right] = K\frac{q}{a}\left[\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

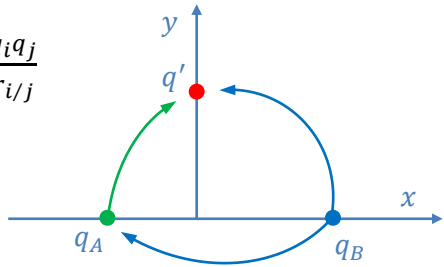
$$V_M = K\frac{q}{a}\left[\frac{3\sqrt{10}}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$V_M = K\frac{q}{a}\frac{3\sqrt{10}-5\sqrt{2}}{10}$$

L'Énergie Interne 1

$U \rightarrow$ Système Formé de 3 Charges

$$U = \frac{1}{2} K \sum_{i=1}^{3} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{3} \frac{q_i q_j}{r_{i/j}}$$



$$U = K\left\{q_B\left(\frac{q_A}{4a/3} + \frac{q'}{\sqrt{2}a}\right) + q_A\left(\frac{q'}{\sqrt{10}a/3}\right)\right\}$$

$$U = K\frac{1}{a}\left[-q\left(\frac{q}{4/3} + \frac{q}{\sqrt{2}}\right) + q\left(\frac{q}{\sqrt{10}/3}\right)\right] = K\frac{q^2}{a}\left[-\left(\frac{15}{4} + \frac{10\sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{6\sqrt{10}}{10}\right)\right]$$

$$U = K\frac{q^2}{20a}\left[12\sqrt{10} - 75 - 100\sqrt{2}\right]$$

$$U \approx -8{,}92K\frac{q^2}{a}$$

La Force et l'Énergie Potentielle

q' est la charge Cible placée au point M

$\overrightarrow{E_M}$ est le Champ produit au point M
V_M est le Potentiel produit au point M

Relation entre
la Force $\overrightarrow{F_M}$ et le Champ $\overrightarrow{E_M}$ → $\overrightarrow{F_M} = q'\overrightarrow{E_M}$

Force Électrostatique exercée sur q'

$$\overrightarrow{F_M} = K\frac{q^2}{a^2}[0{,}64\vec{\imath} + 0{,}50\vec{\jmath}]$$

Relation entre
l'Énergie $E_p(q')$ et le Potentiel V_M → $E_p(q') = q'V_M$

Énergie potentielle Électrostatique de q'

$$E_p(q') = K\frac{q^2}{a}\frac{3\sqrt{10}-5\sqrt{2}}{10}$$

La variation de l'Énergie Potentielle

V_O ? O est la Cible, A et B sont les Sources $\rightarrow V_{A/O}; V_{B/O}$

Le Potentiel V_O est donc la somme des deux potentiels $\rightarrow V_O = V_{A/O} \mp V_{B/O}$

$$V_O = K\frac{q_A}{r_{A/O}} \mp K\frac{q_B}{r_{B/O}}$$

On sait que :
$q_A = q$ et $q_B = -q$
$r_{A/O} = a/3$
$r_{B/O} = a$

$$V_O = K\left[\frac{q}{a/3} - \frac{q}{a}\right] = K\frac{q}{a}[3-1]$$

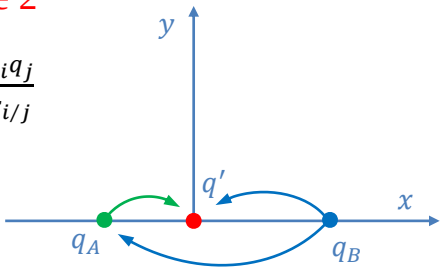
$$V_O = 2K\frac{q}{a} \qquad E_p^{(O)}(q') = q'V_O = 2K\frac{q^2}{a}$$

$$E_p^{(O)}(q') - E_p^{(M)}(q') = K\frac{q^2}{a}\left[2 - \frac{3\sqrt{10}-5\sqrt{2}}{10}\right] = 1{,}758K\frac{q^2}{a}$$

L'Énergie Interne 2

$U \rightarrow$ Système Formé de 3 Charges

$$U = \frac{1}{2} K \sum_{i=1}^{3} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{3} \frac{q_i q_j}{r_{i/j}}$$



$$U = K \left\{ q_B \left(\frac{q_A}{4a/3} \mp \frac{q'}{a} \right) \mp q_A \left(\frac{q'}{a/3} \right) \right\}$$

$$U = K \frac{1}{a} \left[-q \left(\frac{q}{4/3} \mp q \right) \mp q \left(\frac{q}{1/3} \right) \right] = K \frac{q^2}{a} \left[-\left(\frac{3}{4} \mp 1 \right) \mp 3 \right]$$

$$U = K \frac{q^2}{a} \left[3 - \frac{3}{4} - 1 \right]$$

$$U = -1{,}25 K \frac{q^2}{a}$$