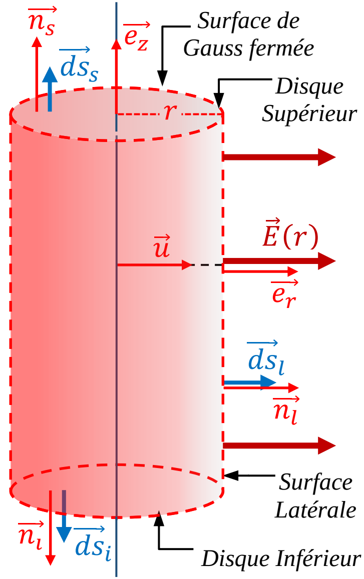
Potentiel & Champ d'un Fil Infiniment Long

Exercice 6

Soit un fil, infiniment long, muni d'une distribution de charge électrique, linéique, positive et uniforme λ.

1. Déterminer, en utilisant le théorème de Gauss, le vecteur champ électrique $\vec{E}(r)$ produit par cette charge, dans tout l'espace.
2. Déduire, le potentiel électrique $V(r)$ produit par cette charge, dans tout l'espace.
   Utiliser le fait que $V(r_0) = 0$.

Surface de Gauss



On utilise le théorème de Gauss

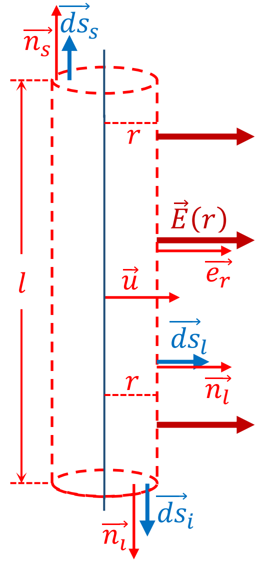
$$\phi = \oiint_{S_G} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}.$$

Le système est cylindrique, on utilise alors

- Les coordonnées cylindriques et $\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\varphi}$ et $\overrightarrow{e_z}$
- Les vecteurs unitaires $\vec{u}$ et $\overrightarrow{e_r}$ sont colinéaires
- On pend S_G : un Cylindre Cible de rayon r
- Le fil est infini : $\vec{E}$ est alors radial et s'écrit :

$$\vec{E} = E(r)\,\vec{u} = E(r)\,\overrightarrow{e_r}$$

Calcul du Flux



$$\phi = \iint_{S_s} \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds_s} + \iint_{S_l} \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds_l} + \iint_{S_i} \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds_i} \ /$$

$$\overrightarrow{ds_s} = \overrightarrow{n_s}\,ds_s,\ \overrightarrow{ds_l} = \overrightarrow{n_l}\,ds_l \text{ et } \overrightarrow{ds_i} = \overrightarrow{n_i}\,ds_i$$

$$\iint_{S_s} E(r)\,\overrightarrow{e_r}\cdot\overrightarrow{n_s}\,ds_s = \iint_{S_s} E(r)\,\overrightarrow{e_r}\cdot\overrightarrow{n_i}\,ds_i = 0 \Longrightarrow$$

$$\phi = \iint_{S_l} E(r)\,\overrightarrow{e_r}\cdot\overrightarrow{n_l}\,ds_l = \iint_{S_l} E(r)\,ds_l$$

car $\vec{n}\cdot\overrightarrow{e_r} = 1$. Sur S_l, $r = cst$, ainsi $E(r) = Cst$

$$\phi = E(r)\iint_{S_l} ds_l = E(r)\,S_l$$

S_l cylindre de rayon $r \Longrightarrow S_l = 2\pi r l \Longrightarrow \phi = E(r)\,2\pi r l$

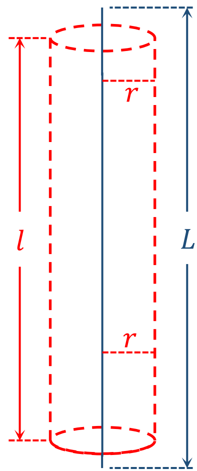
Département de Physique
Faculté des sciences
Université M'Hamed Bougara de Boumerdes

Physique-LMD.univ-boumerdes.dz

أحمد عبد الصمد تـاجي
قسـم الفيـزياء – (جـامعة محمد بوقرة - بومرداس)

Calcul du Vecteur Champ $\vec{E}(r)$

Une seule Région



$$\phi = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0} = 2\pi r l\, E(r) = 2\pi r L\, E(r)$$

car à l'infini, on a : $l \approx L \Longrightarrow$

$$E(r) = \frac{1}{2\pi r L} \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Or, S_{G} renferme toute la charge Q du fil infini

$$\sum q_{int} = Q = \lambda L.$$

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r} \rightarrow \vec{E}(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}\overrightarrow{e_r}$$

Déduction du Potentiel $V(r)$

$$\int dV = -\int E(r)\,dr$$

$$V(r) = -\int E(r)\,dr \mp c = -\int \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}dr \mp c$$

$$V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}dr \mp c = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r \mp c' \mp c = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r \mp C$$

$$\text{Or, } V(r_0) = 0 \Longrightarrow \lim_{r\to r_0}\left\{-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r \mp C\right\} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r_0 \mp C = 0.$$

$$V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r \mp \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r_0 \Longrightarrow \qquad V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{r_0}$$