Série N° 2
Théorème de Gauss – Conducteurs en Équilibre Électrostatique

Théorème de Gauss

Exercice 1 (À Traiter en Cours)

Soit un fil rectiligne de longueur L infinie, chargé uniformément avec une densité $\lambda > 0$.

1. Calculer le champ et le potentiel en tout point de l'espace.
2. Tracer les lignes du champ et les surfaces équipotentielles.

Exercice 2 (Examen 2018)

On considère un plan infini chargé uniformément en surface avec une densité de charge $\sigma > 0$.

1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrique généré par ce plan pour $z > 0$. Comparer avec le champ d'un disque infini (Série n°1).
2. En déduire l'expression du potentiel $V(z)$ en fonction de z dans la même région, sachant que $V(z = 0) = V_0$.
3. Comment sont les lignes du champ électrique ainsi que les surfaces équipotentielles aux voisinages du plan ?
4. On place une charge q au point M, déterminer la force exercée sur q.

Exercice 3 (À Traiter en Cours) Cylindre chargé uniformément en surface

Soit un cylindre de rayon R, de longueur infinie, uniformément chargé d'une densité surfacique $\sigma > 0$.

- Déterminer et tracer le champ électrostatique puis le potentiel en tout point de l'espace (on prend $V(r_0) = 0$ pour une distance finie $r_0 > R$ de l'axe du cylindre).

Exercice 4 (À Traiter en Cours) Sphère chargée uniformément en surface

On considère une sphère (S) de centre O et de rayon R, chargée en surface avec une densité surfacique de charge σ uniforme.

- Calculer le champ électrostatique puis le potentiel en tout point de l'espace ($V(\infty) = 0$)

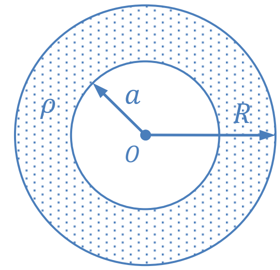
Exercice 5 (À Traiter en Cours) Sphère chargée uniformément en volume

On considère une sphère (S) de centre O et de rayon R, chargée en volume avec une densité volumique de charge ρ uniforme.

- Calculer le champ électrostatique puis le potentiel en tout point de l'espace ($V(\infty) = 0$)

Physique-LMD.univ-boumerdes.dz تم تحميل هذا الملف من الموقع

Exercice 6



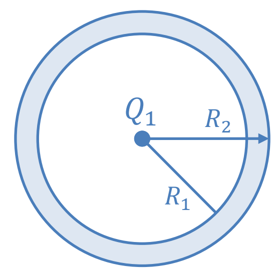
Une sphère de rayon R possède une cavité de rayon a. Une charge q est repartie uniformément sur le volume limité par a et R avec une densité de charge volumique ρ (figure ci-contre).

- Calculer et tracer $E(r)$ et $V(r)$ dans tout l'espace.

Conducteurs en Équilibre Électrostatique

Exercice 1

Une charge ponctuelle $Q_1 = 5{,}5 \cdot 10^{-7}\, C$ est placée au centre d'une sphère conductrice creuse, de rayons interne $R_1 = 0{,}87\, m$ et externe $R_2 = 0{,}97\, m$ (figure ci-contre), cette sphère est initialement chargée avec une charge $Q_0 = -2{,}3 \cdot 10^{-7}\, C$.



Après équilibre :

1. Quelle est la charge finale Q_2 sur la surface interne de la sphère, ainsi que la charge Q_3 sur la surface externe.
2. Calculer le champ et le potentiel en un point distant de $r_1 = 0{,}95\, m$ par rapport au centre O de la sphère.
3. Calculer le potentiel en un point distant de $r_2 = 1{,}05\, m$ par rapport au centre O de la sphère.
4. Calculer le potentiel en un point distant de $r_3 = 0{,}45\, m$ par rapport au centre O de la sphère.

Exercice 2

Une sphère conductrice pleine A, de rayon R_1 est portée à un potentiel électrique V_0 constant au moyen d'un générateur (figure.1)

1. En utilisant le théorème de Gauss, calculer en fonction de la charge Q_A le champ électrique E_M au point M tel que $OM = r > R_1$. Sachant que le potentiel électrique est nul à l'infini ; en déduire l'expression du potentiel V_M au point M.
2. Si $V_0 = 100\, V$ et $R_1 = 3\, cm$, déterminer la valeur de la charge Q_A. En déduire la capacité et l'énergie potentielle électrostatique du conducteur A.
3. On entoure la sphère conductrice A par une coquille sphérique conductrice B, de rayon intérieur $R_2 = 5\, cm$ et extérieur $R_3 = 6\, cm$, reliée à la terre (figure.2). Le conducteur B est initialement non chargé.
   a. Représenter qualitativement la répartition des charges électriques sur les deux conducteurs.
   b. Par une méthode de votre choix, calculer la charge électrique portée par la sphère A, portée toujours au potentiel constant $V_0 = 100\, V$ (conclusion).
   c. Calculer la valeur de la capacité C du condensateur sphérique ainsi formé.
   d. Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans ce condensateur sphérique.
   e. Que se passera-t-il si :
      - Dans la figure 1, on isole le générateur de la sphère A puis on la relie à la masse par un fil conducteur.
      - Dans la figure 2, on isole le générateur de A et on relie A à B par un fil conducteur.

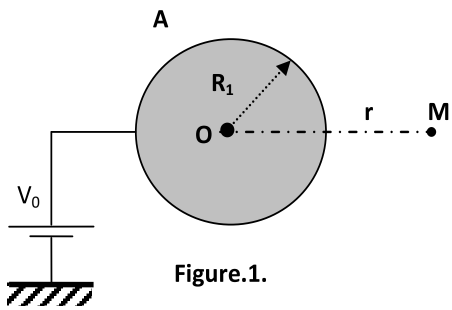


Figure.1.

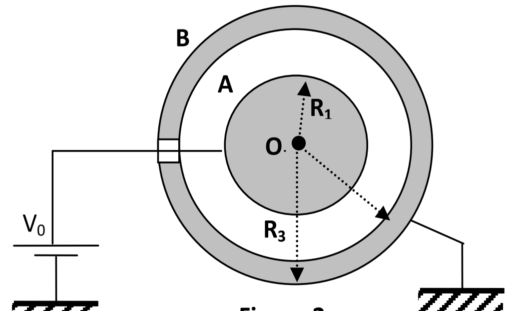
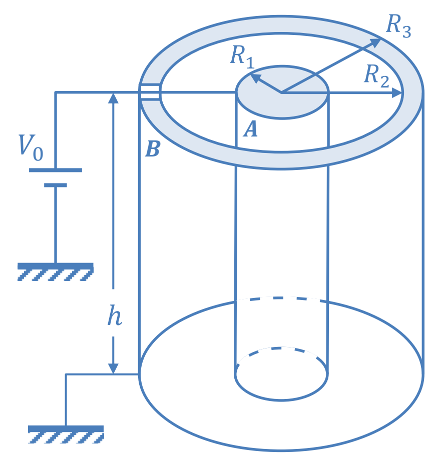


Figure.2.

Exercice 3

Un condensateur formé de deux conducteurs cylindriques, (A) de rayon R_1 et (B) de rayons intérieur R_2 et extérieur R_3, séparés par du vide. Ces deux conducteurs concentriques de même hauteur h sont initialement neutres. On relie le conducteur A à la borne positive d'une source de tension V_0 et le conducteur B au sol (figure ci-contre).

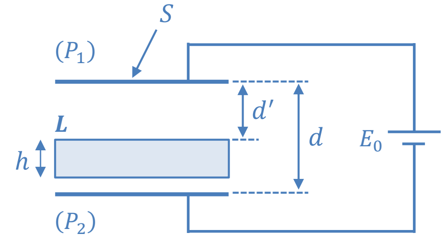


1. Représenter qualitativement la répartition des charges électriques sur les deux conducteurs.
2. Que vaut la densité surfacique de charge σ_3 pour $r = R_3$?
3. Trouver la relation entre les densités superficielles de charges σ_1 et σ_2, respectivement en $r = R_1$ et $r = R_2$.
4. Entre les deux conducteurs (A) et (B) $(R_1 \le r \le R_2)$
   a. Déterminer le module du champ électrique $E(r)$.
   b. Calculer le potentiel électrique $V(r)$.
   c. Déduire l'expression de la capacité de ce condensateur cylindrique et l'énergie électrique qui y est emmagasinée.

Exercice 4

Soit un condensateur plan idéal formé par deux armatures conductrices parallèles (P_1) et (P_2) de surfaces $S = 226\,cm^2$ et séparées par du vide d'épaisseur $d = 0{,}3\,mm$.

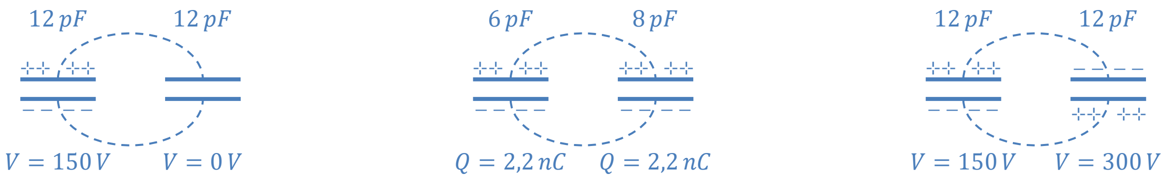
1. Le condensateur est branché à un générateur de f.e.m. $E_0 = 120\,V$.
   a. Retrouver l'expression de la capacité C du condensateur et la calculer.
   b. Calculer la charge Q portée par chaque armature ainsi que l'énergie emmagasinée E_p.
   c. Déterminer les forces qui s'exercent sur les armatures.
2. On introduit parallèlement entre les armatures une plaque conductrice (L), neutre, de même dimension et d'épaisseur h (figure ci-contre). Le générateur étant branché :



   a. Expliquer qualitativement ce qui se passe et représenter la nouvelle répartition des charges.
   b. Donner l'expression de la capacité équivalente C_e du système.
   c. Quelle est l'épaisseur h de la plaque si la capacité équivalente vaut $1\,\mu F$.
   d. Dans le cas où la plaque introduite (L) ne recouvre que la moitié de la surface des deux plaques (P_1) et (P_2), calculer la capacité équivalente du système.

Exercice 5

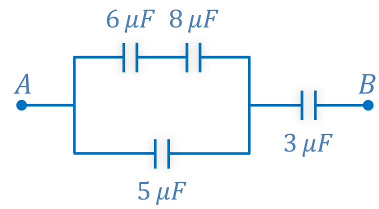
Dans les figures ci-dessous, les états initiaux de chaque condensateur sont indiqués. Les branchements sont en pointillés.



- Calculer pour chacun des cas envisagés :
  a. Les charges et les d.d.p aux bornes de chaque condensateur après branchement.
  b. Les énergies internes de l'ensemble avant et après. Comparer et expliquer.

Exercice 6 (À Traiter en Cours)

Soit ci-contre, une association de condensateurs.



1. Calculer la capacité équivalente de l'ensemble des condensateurs de cette figure.
2. On applique entre A et B une différence de potentiels (ou d.d.p) de $1000\,V$, trouver la charge et la différence de potentiel pour chaque condensateur.
3. Si on débranche la source en réalisant un court-circuit entre A et B, calculer la quantité de charge qui a circulé et l'énergie libérée durant cette opération.